

A Direction Estimation Algorithm Exploiting the Spatial Aliasing for Multi-band Signals

Geun-Ho Park and Hyoung-Nam Kim[©] (Pusan National Univ.)

요약

본 논문은 다양한 반송파 주파수를 가지는 신호가 동시에 수신되는 다중 주파수 대역 신호 수신 환경에서, 각 반송파 주파수에 적합한 안테나 배치 방법을 별도로 설계하지 않아 공간 앨리어싱이 발생하더라도 정확한 도래각 추정을 수행할 수 있는 최대 우도 (maximum likelihood) 기반 도래각 추정 기법을 제안한다. 모의실험을 통해 제안한 기법이 다중 주파수 신호 수신 환경에서 공간 앨리어싱에 의한 도래각 추정 모호성을 적절히 활용하는 동시에 도래각 추정 정확도를 향상시킬 수 있음을 보인다.

I. 서론

최근 무선 통신 및 전파 환경이 복잡해지고 주파수 자원의 사용량이 증가함에 따라 다양한 반송파 주파수를 가지는 신호를 동시에 활용하여 정보를 추출하는 다중 주파수 기반의 정보 추정 기술의 수요가 증가하고 있다 [1]. 입사 방향을 결정하는 도래각 추정 문제에서도 다중 주파수 기반의 추정 기술이 연구되고 있으나 [2], 안테나 배치 간격에 따라 발생할 수 있는 공간 앨리어싱 (spatial aliasing) [3] 으로 인해 각 주파수에 적합한 안테나 배치 구조를 별도로 설계해야 하는 문제점이 존재한다.

본 논문에서는 다수의 반송파 주파수를 가지는 신호가 수신되는 다중 주파수 대역 신호 수신 환경에서 도래각을 추정하기 위한 최대 우도 (maximum likelihood) 기반의 도래각 추정 알고리즘을 제안한다. 본 논문에서 제안하는 기법은 상대적으로 낮은 주파수 대역 신호의 반송파 주파수를 기준으로 공간 앨리어싱이 발생하지 않도록 균일 선형배열안테나의 배치 간격을 결정하고 상대적으로 높은 반송파 주파수를 가지는 신호는 의도적으로 공간 앨리어싱을 발생시켜 도래각 추정을 수행하는 최대 우도 기법으로서, 다중 주파수 대역 신호의 도래각 추정을 위해 각 반송파 주파수에 적합한 안테나 배치를 별도로 설계할 필요가 없다는 장점이 존재한다. 모의실험을 통해 제안한 기법이 특정 반송파 주파수에서 발생하는 공간 앨리어싱을 적절히 활용함을 보이고, 제안한 기법의 RMSE (root-mean-square error)가 CRB (Cramer-Rao bound)에 수렴함을 확인한다. 또한, 높은 반송파 주파수를 가지는 신호에 대한 공간 스펙트럼에서 공간 앨리어싱이 발생하지 않도록 안테나를 설계하더라도 제안한 기법의 도래각 추정 정확도가 우수함을 보인다.

II. 수신 신호 모델 및 문제 정의

각각 다른 반송파 주파수 f_c^k ($k = 1, \dots, K$)를 가지는 K 개의 신호가 θ 의 동일한 각도로 입사한다고 가정할 때, M 개의 안테나로 구성된 균일 선형배열안테나에서의 수신 신호 $\mathbf{x}(t)$ 는 다음 식으로 모델링할 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}(\theta, f_c^k) s_k(t) + \mathbf{n}(t). \quad (1)$$

여기서 $s_k(t)$ 는 k 번째 반송파 주파수의 신호를 나타내며, $\mathbf{n}(t)$ 는 $M \times 1$ 의 크기를 가지는 가우시안 잡음 프로세스, $\mathbf{a}(\theta, f_c^k)$ 는 f_c^k 의 주파수와 각도 θ 에 대한 조향 벡터를 의미한다. λ^k 를 반송파 주파수에 의해 결정되는 파장이라고 하면, 균일 선형배열안테나에서의 조향 벡터

$\mathbf{a}(\theta, f_c^k)$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{a}(\theta, f_c^k) = \left[1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda^{(k)}}d\sin(\theta)}, \dots, e^{-j(M-1)\frac{2\pi}{\lambda^{(k)}}d\sin(\theta)} \right]^T, \quad (2)$$

$$k = 1, \dots, K.$$

$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta, f_c^1), \dots, \mathbf{a}(\theta, f_c^K)]$ 라 하고, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T$ 라 하면, 식 (1)은 다음 식과 같이 행렬 형태로 간략화하여 표현할 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t). \quad (3)$$

본 논문에서 고려하는 문제는 $\mathbf{x}(t)$ 로부터 θ 를 추정하는 것으로서, 신호원의 개수와 반송파 주파수, 원신호에 대한 정보는 알려진 것으로 가정한다.

III. 다중 주파수 신호 환경 기반 최대 우도 기법

최대 우도 기법은 수신 신호 모델로부터 비용 함수를 설정하고 이를 최소화 하는 θ 를 탐색하는 방법으로 유도할 수 있으며, 식 (3)으로부터 유도되는 비용 함수 J 는 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

$$J = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}\mathbf{s}(t_n)][\mathbf{x}(t_n) - \mathbf{A}\mathbf{s}(t_n)]^H \right|, \quad (4)$$

$$n = 1, \dots, N.$$

여기서, N 은 관측 샘플 수를 나타내며 $\{\cdot\}^H$ 은 Hermitian 연산을 의미한다. \hat{R}_{sx} 와 \hat{R}_{ss} 를 각각 수신 신호와 원신호의 상호 공분산 행렬 (cross-covariance matrix), 원신호의 자기 공분산 행렬 (auto-covariance matrix) 추정값이라고 할 때, 식 (4)에서 나타나는 \mathbf{A} 의 추정값인 $\hat{\mathbf{A}}$ 를 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{R}_{sx}^H \hat{R}_{ss}^{-1}. \quad (5)$$

식 (5)와 [4]의 Theorem 1을 이용하면 식 (4)의 비용 함수는 다음 식으로 변형하여 표현할 수 있다.

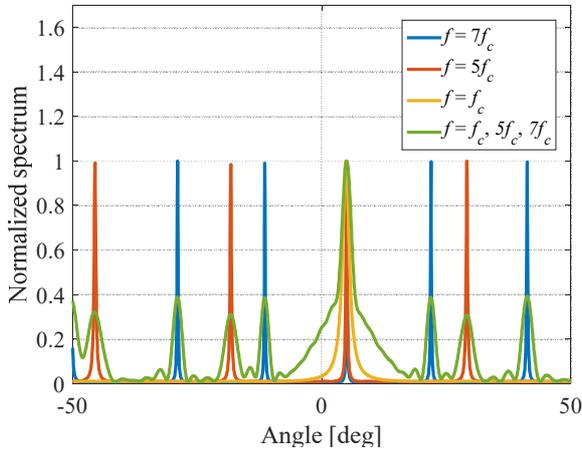


그림 1. 각 주파수에 따른 최대 우도 기법의 정규화된 우도 함수.

$$J \approx \text{tr} \left\{ \left[\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}(\phi) \right]^H \hat{\mathbf{W}}^{-1} \left[\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}(\phi) \right] \right\}. \quad (4)$$

여기서 $\hat{\mathbf{W}}$ 은 잡음의 자기 공분산 행렬 추정값을 나타낸다. 식 (4)에서 $\mathbf{A}(\phi)$ 는 임의의 각 ϕ 에 대한 식이므로, ϕ 에 대하여 미분하여 정리하면 최종적으로 다중 주파수 신호 기반 도래각 추정은 다음 식으로부터 계산할 수 있다.

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\phi} \text{tr} \left\{ \frac{\left| \mathbf{A}^H(\phi) \hat{\mathbf{W}}^{-1} \hat{\mathbf{A}} \right|^2}{\mathbf{A}^H(\phi) \hat{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{A}(\phi)} \right\}. \quad (5)$$

IV. 모의실험 결과

세 개의 반송파 주파수 f_c , $5f_c$, $7f_c$ 에 해당하는 협대역 신호가 동일한 각도 $\theta = 5^\circ$ 로 입사한다고 가정하였다. 또한, 균일 선형배열안테나의 안테나 개수는 8개로 설정하였으며, 각 반송파 주파수에 해당하는 잡음의 대역폭은 $0.003f_c$, 안테나 사이의 간격 d 는 f_c 에 해당하는 파장 $\lambda = c/f_c$ 이 다음 식을 만족하도록 하였다.

$$d = \lambda/2. \quad (6)$$

그림 1은 각 주파수에 해당하는 최대 우도 기법의 우도 함수를 정규화하여 나타낸 것으로서, $f = 5f_c$ 와 $f = 7f_c$ 에 해당하는 반송파 주파수를 갖는 신호의 우도 함수는 일정한 간격으로 공간 앨리어싱이 발생한 것을 확인할 수 있다. 반면에 $f = f_c$ 와 세 개의 주파수 대역 모두를 사용한 우도 함수의 경우에는 정확한 도래각 값에 우도 함수의 극댓값이 형성되는 것을 확인할 수 있다.

그림 2는 각 주파수에 대한 RMSE를 SNR (signal-to-noise ratio)에 따라 나타낸 것으로서, $f = 5f_c$ 와 $f = 7f_c$ 에 대한 RMSE를 제외한 다른 그래프는 CRB에 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 공간 앨리어싱이 발생하는 주파수의 경우에는 공간 스펙트럼의 모호성에 의해 정확한 도래각 추정이 불가능하다는 것을 의미한다. 또한, 다중 주파수 대역을 사용하는 도래각 추정 방법은 기존의 방법들에 비해 정확한 도래각 추정 성능을 보임을 알 수 있다. 이와 같은 도래각 추정 성능의 우수성은 d/λ 값이 증가할수록 공간 스펙트럼의 첨도가 증가하는 도래각 추정 문제의 특성에 기인하는 것으로서, σ^2 을 잡음의 분산이라고 할 때 다음의 CRB 수식으로부터 확인할 수 있다 [4].

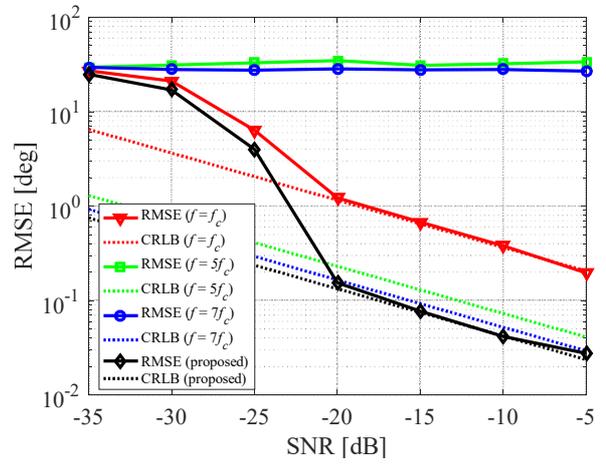


그림 2. 각 주파수와 SNR에 따른 RMSE와 CRLB.

$$\text{CRB}(\hat{\theta}) = \frac{6\sigma^2}{N(M^2-1)M\cos^2(\theta)\mathbf{R}_{ss}(2\pi d/\lambda)^2}. \quad (7)$$

V. 결론

본 논문에서는 다중 주파수 대역 신호에 대한 최대 우도 기반 도래각 추정을 제안하였다. 또한, 제안한 기법이 각 반송파 주파수에 적합한 배열 안테나 배치 방식을 별도로 설계하여 공간 앨리어싱 문제를 해결하는 기존 방식과 달리, 공간 앨리어싱을 적절히 활용하여 모호성 문제를 해결하는 동시에 도래각 추정 성능을 향상시킬 수 있음을 보였다. 하지만, 다수의 반송파 주파수에 대한 최대 우도 도래각 추정 기법은 기존의 기법에 비해 많은 연산량을 요구하므로, 제안한 기법이 실시간으로 활용될 수 있도록 연산량 감소 방안에 대한 추가적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2017년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2017R1D1A1B04035230)

참고 문헌

- [1] D. W. O'Hagan, H. Kuschel, M. Ummenhofer, J. Heckenbach, and J. Schell, "A multi-frequency hybrid passive radar concept for medium range air surveillance," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 27, no. 10, pp. 6-15, Oct. 2012.
- [2] E. BouDaher, Y. Jia, F. Ahmad, and M. G. Amin, "Multi-Frequency Co-Prime Arrays for High-Resolution Direction-of-Arrival Estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 63, no. 14, pp. 3797-3808, Jul. 2015.
- [3] Jong-Woo Shin, Young-Jun Lee, and Hyoung-Nam Kim, "Reduced-Complexity Maximum Likelihood Direction-of-Arrival Estimation Based on Spatial Aliasing," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 62, no. 24, pp. 6568-6581, Dec. 2014.
- [4] J. Li, B. Halder, P. Stoica, M. Viberg, and T. Kailath, "Decoupled maximum likelihood angle estimation for signals with known waveforms," (Chalmers Univ. of Technol., 1994), Tech. Rep. CTH-TE-8, pp. 1-36.