

균일 선형 배열 안테나를 이용한 도래각 추정 알고리즘 성능 비교

김동욱, 박도현, 김형남[©]

부산대학교

hnkim@pusan.ac.kr[©]

Performance Comparison of DOA Estimation Algorithm Using Uniform Linear Array Antenna

Dong-Wook Kim, Do-Hyun Park, Hyoung-Nam Kim[©]

Pusan National Univ.

요약

배열 안테나를 이용한 입사 신호의 도래각을 추정하는 기술은 레이더, 소나 그리고 통신 분야 등 다양한 분야에 적용되고 있다. 협대역 입사 신호에 대한 도래각 추정 기술에는 대표적으로 빔형성 기반 도래각 추정 알고리즘인 Bartlett, Capon과 수신 신호의 공분산 행렬을 이용하는 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘인 MUSIC이 있다. 본 논문에서는 다양한 모의 환경에서 균일 선형 배열 안테나에 수신된 신호의 도래각을 위 3가지 알고리즘을 통해 추정함으로써 각 알고리즘들의 성능을 비교한다.

I. 서론

배열 안테나를 이용한 입사 신호의 도래각 추정 기술은 레이더, 소나 같은 신호원의 위치를 탐지하는 분야 또는 5G 통신 시스템의 핵심 기술인 빔형성 기술에서 빔형성 방향을 설정하는 부분 등 다양한 곳에서 사용되고 있다.[1,2] 이러한 도래각 추정 기술에는 안테나 배열의 공간 스펙트럼을 찾아 입사 신호의 도래각을 추정하는 기술인 빔형성 기반 알고리즘과 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘이 있다. 빔형성 기반 도래각 추정 알고리즘은 안테나에 수신된 신호에 빔형성 알고리즘에 사용되는 가중치 벡터를 곱하여 어느 방향에서 신호의 전력이 최대가 되는지 탐색함으로써 도래각을 추정한다. 이러한 빔형성 기반 도래각 추정 알고리즘으로는 대표적으로 Bartlett[3], Capon[4]이 있다. 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘은 수신 신호의 공분산 행렬을 고유치 분해하여 구한 잡음 부공간과 신호의 방향 정보를 담고 있는 조향 벡터가 직교한다는 특성을 이용하여 도래각을 추정하는 알고리즘으로, 대표적으로 MUSIC(Multiple Signal Classification)[5]이 있다. 본 논문에서는 다양한 수신 환경에서 Bartlett, Capon, MUSIC 알고리즘의 도래각 추정 성능을 비교한 결과를 제시한다.

II. 수신 신호 모델

그림 1과 같이 균일 선형 배열을 가진 M개의 안테나에 λ 의 파장을 가지는 협대역 신호가 수신될 때, 각 안테나에 수신된 신호는 위상 지연을 가진다. 그 위상 지연 정보를 담고 있는 조향 벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta}]^T. \quad (1)$$

d 는 인접한 두 안테나 사이의 거리를 뜻하며 공간 앨리어싱이 발생하지 않도록 수신 신호의 반파장 또는 그 이하로 설정 된다.

D 개의 협대역 신호 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D(t)]^T$ 가 M개의 균일 선형 배열 안테나로 수신될 때 각 안테나에 수신되는 신호 $\mathbf{x}(t) =$

$[x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^D \mathbf{a}(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t). \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)]$ 는 각 입사 신호에 대한 조향 벡터들이 열 벡터로 구성된 조향 행렬이고, $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 는 각 안테나에 수신되는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 가우시안 분포를 가진 잡음을 벡터로 표현한 것이다. 식 (2)와 같은 각 안테나에 수신된 신호들의 공간 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} &= E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H] = \mathbf{A}E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H]\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}. \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}$ 는 입사 신호들의 공간 공분산 행렬이고, $\sigma^2\mathbf{I}$ 는 잡음 전력 행렬을 나타낸다.

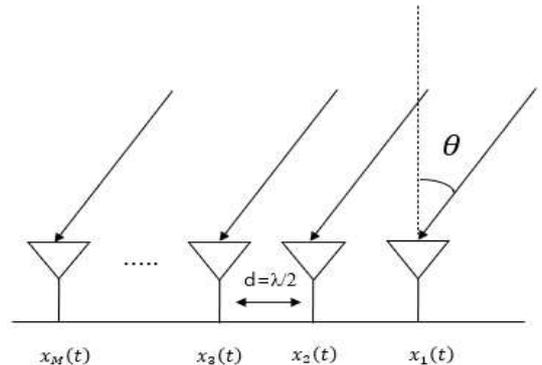


그림 1. 균일 선형 배열 안테나.

III. 도래각 추정 알고리즘

본 장에서는 균일 선형 배열 안테나를 이용한 도래각 추정 알고리즘에 대해 소개한다. Bartlett 알고리즘은 빔형성 알고리즘인 DAS(Delay And Sum)[6]를 이용한 도래각 추정 알고리즘으로 가중치 벡터는 아래 식과 같다.

$$\mathbf{W}(\theta) = \mathbf{a}(\theta). \quad (4)$$

식 (4)의 가중치 벡터가 곱해진 수신 신호의 전력 식을 구하면 다음과 같이 정의된다.

$$P(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{a}(\theta). \quad (5)$$

위의 전력 식을 균일 선형 배열 안테나에 입사될 수 있는 각도 범위인 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 에 대해 스펙트럼을 그려 피크값을 탐색함으로써 도래각을 추정한다.

Capon 알고리즘은 빔형성 알고리즘인 MPDR(Minimum Power Distortionless Response)[7]을 이용한 도래각 추정 알고리즘으로 가중치 벡터는 아래 식과 같다.

$$\mathbf{W}(\theta) = \frac{\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{a}(\theta)}. \quad (6)$$

식 (6)의 가중치 벡터가 곱해진 수신 신호의 전력 식을 구하면 다음과 같이 정의된다.

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{\mathbf{xx}} \mathbf{a}(\theta)}. \quad (7)$$

위의 전력 식을 Bartlett과 마찬가지로 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 에 대해 스펙트럼을 그려 피크값을 탐색함으로써 도래각을 추정한다.

다음으로 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘인 MUSIC은 수신 신호로부터 잡음 부공간을 구해야 하므로 아래 식과 같이 수신 신호의 공분산 행렬에 고유치 분해를 수행한다.

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}} = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{U}^H. \quad (8)$$

$\mathbf{A} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M\}$ 는 $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ 의 고유값을 대각 성분으로 가지는 대각 행렬이고, $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M]$ 는 $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ 의 고유 벡터들이 열 벡터로 구성된 행렬이다. 여기서 $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ 의 고유값들 중 가장 작은 고유값부터 $M-D$ 번째로 작은 고유값까지 찾고 그 고유값들에 대응되는 고유벡터들을 찾는다. 그 고유벡터들은 잡음 부공간을 스팬(span)하는 벡터들을 의미하고, 그 벡터들을 열 벡터로 가지는 잡음 부공간 행렬을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\mathbf{U}_N = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{M-D}]. \quad (9)$$

\mathbf{U}_N 과 신호의 조향벡터가 직교하는 성질을 이용하기 위해 식 (10)과 같이 스펙트럼 식으로 정리할 수 있고 정리된 스펙트럼을 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 에

대해 스펙트럼을 그려 피크값을 탐색함으로써 도래각을 추정한다.

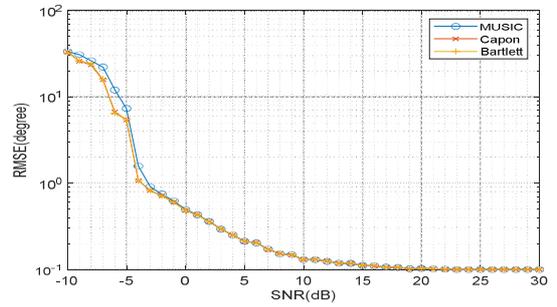
$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta)}. \quad (10)$$

IV. 모의 실험

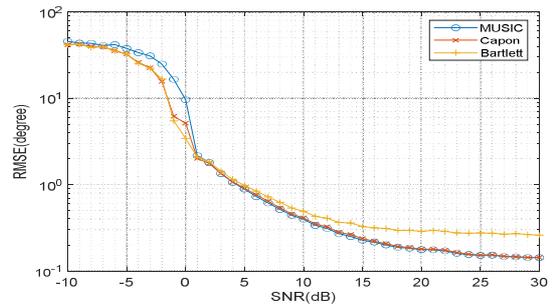
본 논문에서는 Bartlett, Capon, MUSIC 알고리즘의 도래각 추정 성능을 비교하기 위해 표 1에 명시된 3가지 모의 환경에서 실험을 진행하였다. 도래각 추정 정확도를 평가하기 위해 SNR(Signal to Noise Ratio)에 따른 RMSE(Root Mean Square Error)를 이용하였고 각 SNR 당 독립적인 모의실험을 500번 반복한 후 RMSE를 계산하였다.

표 1. 모의 실험에서 사용된 모의 환경

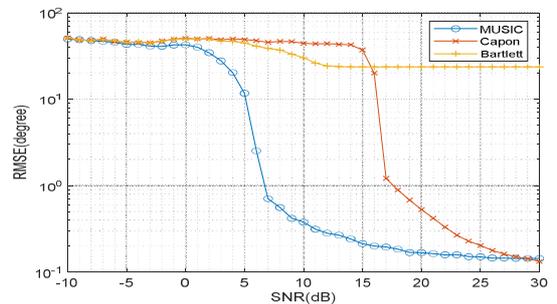
| | 모의실험 1 | 모의실험 2 | 모의실험 3 |
|-----------|-------------|-----------------------|---------------------|
| 안테나 개수 | 8 | 8 | 8 |
| 안테나 간 간격 | $\lambda/2$ | $\lambda/2$ | $\lambda/2$ |
| 입사 신호 개수 | 1 | 2 | 2 |
| 입사 신호 도래각 | 5° | $-50^\circ, 50^\circ$ | $-5^\circ, 5^\circ$ |
| Snapshot | 1000 | 1000 | 1000 |
| SNR(dB) | -10:1:30 | -10:1:30 | -10:1:30 |



(a)



(b)



(c)

그림 2. 표 1의 모의 환경에 따른 도래각 추정 RMSE.

(a) 모의실험 1 (b) 모의실험 2 (c) 모의실험 3

그림 2의 (a)는 단일 신호가 입사하는 경우 Bartlett, Capon, MUSIC 알고리즘의 도래각 추정치의 RMSE를 SNR에 따라 나타낸 것이다. 3가지 알고리즘 모두 SNR이 -5dB 이상 되는 환경부터 1° 이하의 오차가 발생하였고 추정 정확도면에서 거의 비슷한 결과가 나왔다. 그림 2의 (b)는 2개 신호의 도래각이 100°의 차이를 가지면서 입사하는 경우 3가지 알고리즘의 SNR에 따른 RMSE를 나타낸 것이다. 3가지 알고리즘 모두 SNR이 5dB 이상 되는 환경부터 1° 이하의 오차가 발생하였지만 Bartlett의 경우 SNR이 더 높은 환경에서 나머지 두 개의 알고리즘보다 추정 정확도가 조금 낮은 것을 확인할 수 있다. 그림 2의 (c)는 2개의 신호가 도래각이 10° 차이가 나는 경우 즉, 인접하게 입사하는 경우 3가지 알고리즘의 SNR에 따른 RMSE를 나타낸 것이다. MUSIC의 경우 SNR이 7dB 이상부터 1° 이하의 오차가 발생하기 시작하였지만 Capon 같은 경우는 18dB 이상부터 1° 이하의 오차가 발생하기 시작하였다. 반면 Bartlett은 30dB가 되어도 약 25°의 오차가 생기는 것을 확인할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 협대역 특성을 갖는 비상관 신호가 균일 선형 배열 안테나에 입사할 때 신호의 도래각을 추정하는 Bartlett, Capon, MUSIC 알고리즘의 성능을 비교하였다. 그 결과 단일 신호가 입사하는 경우와 2개의 신호의 도래각의 차이가 많이 나는 경우에는 도래각 추정 정확도가 큰 차이는 없었으나 2개의 신호가 인접한 각도로 입사하는 경우 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘인 MUSIC이 빔형성 기반 도래각 추정 알고리즘인 Bartlett, Capon보다 더 높은 정확도로 추정하는 것을 확인할 수 있고 Capon이 Bartlett보다 성능이 좋은 것 또한 확인할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Chong Hyun Lee, Suk Joong Kim, and Seung Gag Lim, "Performance analysis of DOA estimation and beamforming in 3-dimensional array antenna for GPS receiver," *J. IEEK*, vol. 44-TC, no. 4, pp. 451-457, April. 2007.
- [2] J. G. Andrew, S. Buzzi, W. Choi, S. V. Hanly, A. Lozano, A. C. K. Soong, and J. C. Zhang, "What will 5G be?" *IEEE Selected Areas in Comm.*, vol. 32, no. 6, pp. 1065-1082, June. 2014.
- [3] M. S. Bartlett, "Periodogram analysis and continuous spectra," *Biometrika*, vol. 37, nos. 1-2, pp. 1-16, Jun. 1950.
- [4] P. Handel, P. Stoica, and T. Soderstrom, "Capon method for doa estimation: accuracy and robustness aspects", *IEEE Winter Workshop on Nonlinear Digital Signal Processing*, 17-20 Jan, 1993.
- [5] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. AP*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [6] Ngoc-Vinh Vu, Hua Ye, Jim Whittington, John Devlin, and Michael Mason, "Small footprint implementation of dual-microphone delay-and-sum beamforming for in car speech enhancement", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 1482-1485, Mar. 2010.

- [7] L. Ehrenberg, S. Gannot, A. Leshem, and E. Zehavi, "Sensitivity analysis of MVDR and MPDR beamformers", *IEEE 26-th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel*, 17-20 Nov. 2010.