

# 실시간 도래각 추적을 위한 FAPI와 FDPM의 성능 비교

\*서영광, \*신종우, \*\*서원기, \*김형남  
\*부산대학교 전자공학과, \*\*(주)넥스윌

e-mail : *iloverey@pusan.ac.kr*, *sjjoly@pusan.ac.kr*, *nextwill@nextwill.com*  
*hncim@pusan.ac.kr*

## Performance Comparison between FAPI and FDPM for Direction-of-Arrival Tracking

\*Young-Kwang Seo, \*Jong-Woo Shin, \*\*Won-Gi Seo, \*Hyoung-Nam Kim  
\*Pusan National University, \*\*NEXTWILL Co., Ltd

### Abstract

This paper compares the projection errors between the well-known fast subspace tracking algorithms: fast approximated power iteration (FAPI) and fast data projection method (FDPM). These algorithms guarantee the orthonormality and the convergence of the estimated subspace weighting matrix. Moreover, they reach the  $(3 \times np)$  lower bound of the dominant computational complexity.

### I. 서론

MUSIC (multiple signal classification)과 같은 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘은 매우 높은 분해능을 가지는 것으로 알려져 있다. 하지만, 이러한 부공간 기반 기법은 EVD (eigenvalue decomposition) 또는 SVD (singular value decomposition)을 기반으로 구현되며, EVD와 SVD는 많은 연산량을 요구하는 단점이 있다. 따라서, 이동 신호원의 도래각을 추적하는 경우와 같은 실시간 부공간 추적 문제로의 적용에 어려움이 있다. 이러한 EVD와 SVD의 복잡도 문제를 해결하

기 위해 적은 연산량의 다양한 부공간 추적 기법들이 제안되어 왔고, 이 중에서 연산량이  $O(np)$ 에 비례하는 알고리즘들을 고속 부공간 추적 기법이라 한다.

초기의 많은 고속 부공간 추적 기법들은 연산량의 감소 측면에서는 큰 발전을 이루었지만, 연산과정에서 필요한 근사화 과정의 오차와 역행렬 연산으로 인한 round-off 오차가 발생하였다. 이로 인해 추정된 부공간이 정확하지 않고 수렴하지 않는 문제점이 나타났다. 이러한 추정된 부공간의 정확성과 수렴성의 문제점들을 해결하고 안정성을 확보하기 위하여 다양한 기법들이 개발되었고, 이 중에서 FAPI (Fast Approximated Power Iteration) 와 FDPM (Fast Data Projection Method)은 안전성을 확보하면서 지배적인 연산량이  $(3 \times np)$ 로 다른 고속 부공간 알고리즘들에 비해 복잡도가 낮은 알고리즘으로 알려져 있다 [1], [2].

본 논문에서는 실시간 도래각 추적을 위하여 적용 가능한 알고리즘인 FAPI와 FDPM를 추정된 부공간의 투영 오차와 수렴속도 측면의 성능을 비교한다.

### II. 고속 부공간 추적 기법

#### 2.1 Fast Approximated Power Iteration

FAPI는 NP (Natural Power) [3] 기법에 기반한 부공간 추적기법의 한 종류로서 기존에 제안된 다양한 알고리즘의 문제를 해결한 알고리즘이다. 기존에 제안

된 NP 기반 부공간 추적 기법들은 식 (1), (2)와 같이 신호의 부공간이 천천히 변한다는 가정( $\theta(k)=I_p$ )을 통해 근사된 식으로 공분산 행렬을 계산한다.

$$C_{xx} W(k) = C_{xx}(k) W(k-1) \theta(k) \approx C_{xx}(k) \quad (1)$$

$$C_{xx}(k) W(k-1) \approx \beta C_{xx}(k-1) + x(k)x^H(k) W(k-1) \quad (2)$$

여기서  $x(k)$ 는  $n$  샘플의 입력신호,  $C_{xx}(k)$ 는 수신신호의  $n \times n$  공분산행렬,  $\beta$ 는 forgetting factor ( $0 \leq \beta < 1$ ),  $C_{xy}(k)$ 는 수축된 신호의 부공간행렬, 그리고  $W(k)$ 는  $n \times p$  정규직교화 된 수신신호의 부공간 행렬을 나타낸다. 하지만 신호의 부공간이 급격하게 변하는 환경에서 식 (1), (2)의 근사화 과정은 유효하지 않으므로 이 가정을 적용한 기존 알고리즘들은 부공간의 수렴을 보장하지 못한다.

FAPI는 식 (3)과 같이 역행렬 연산과정이 없는 방법으로서  $\theta(k)$ 를 구하여 연산량과 round-off 오차 문제를 해결한다. 이를 이용하여 고속으로 부공간을 갱신한다.

$$\theta(k) = I_p - g(k)\tau(k)g^H(k) \quad (3)$$

### 2.2 Fast Data Projection Method

DPM [2]은 식 (4), (5)와 같이 수신신호 공분산행렬의 레일리 몫을 최대화 또는 최소화하는 행렬  $W(k)$ 를 정규직교행렬이라는 조건에서 찾는다.

$$\mathcal{J}(W) = \text{tr}(W^H C W) \quad (4)$$

$$W^H W = I_p \quad (5)$$

추정된  $W(k)$ 는 Gram-Schmidt 기법에 의해 생성된 정규직교화 행렬  $H(k)$  곱해져서 정규직교행렬이 된다. 이러한 DPM은 Gram-Schmidt 기법의 직접적인 사용으로 인해  $O(np^2)$ 는 연산량을 가진다.

DPM의 실시간 적용을 위해 FDPM은 식 (6)으로 정의된 새로운 정규직교화 행렬을 이용하여 연산과정을 간략화한다 [2]. 이렇게 얻어진 FDPM의 지배적인 연산량은  $(3 \times np)$ 로 FAPI와 비슷한 연산량을 가진다.

$$H_{PA} = U(i)D(i)U^T(i) \quad (6)$$

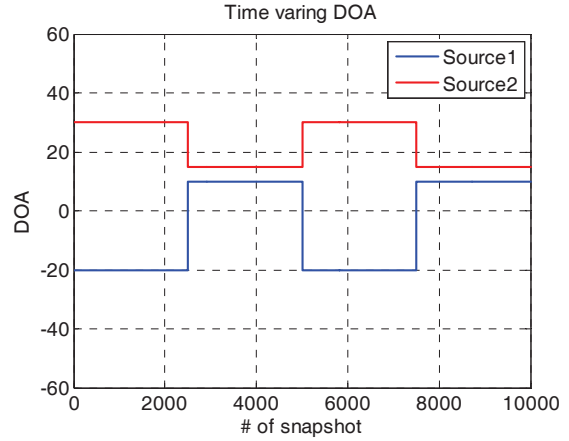


그림 1. 신호원의 도래각 변화.

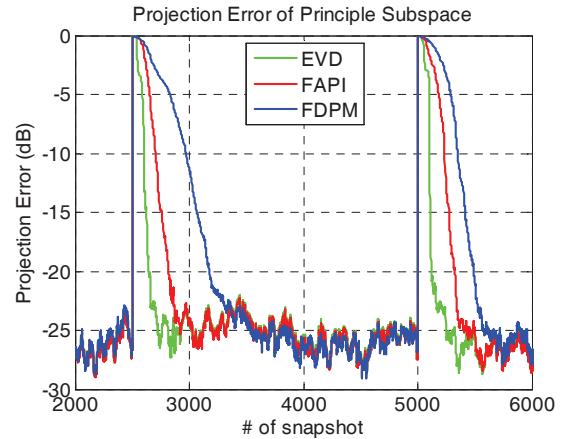


그림 2. 부공간 추적 기법들의 투영오차와 수렴속도 비교.

### III. 모의 전산실험 결과

본 논문에서는 FAPI와 FDPM의 부공간 추적 성능을 비교하기 위하여 모의실험을 진행하였다. 모의실험 환경은 그림 1과 같이 도래각이 2500 샘플마다 급격하게 변하는 2개의 신호원에서 생성된 신호가 SNR이 5.7dB인 AWGN 환경을 거쳐 10개의 등간격 선형어레이에 수신된다고 가정하였다. 그리고 추정된 신호원 부공간의 정확도는 식 (7)의 투영오차와 상대적인 수렴속도를 통해 비교하였다.

$$E_p = 20 \log_{10} \frac{\|I - W(k)[W^H(k)W(k)]^{-1}W^H(k)P_x\|_F}{\sqrt{p}} \quad (7)$$

EVD와 FAPI에서 공분산행렬의 forgetting factor  $\beta=0.99$ 이고 FDPM의 step size parameter는  $\alpha=0.00065$ 로 추정된 부공간의 정상상태에서의 투영오차가 EVD와 FAPI의 투영오차와 비슷하도록 선택하였다.

정상상태에서의 투영오차와 부공간의 수렴속도는 trade-off 관계로 정상상태의 투영오차가 작아지면 부공간의 수렴 속도는 느려진다. 그림 2의 EVD의 성능을 살펴보면 정상상태에서는 투영오차가 FAPI와 FDPM과 아주 비슷하지만 수렴속도가 상대적으로 빠른 것을 확인할 수 있다. 그리고 FAPI가 FDPM에 비해 빠른 수렴속도를 가지는 것을 확인할 수 있다.

#### IV. 결론

고속 부공간 추적 기법인 FAPI와 FDPM는 안테나 배열신호에서 신호 부공간을 추적하는 응용분야에 있어서는 FAPI가 FDPM에 비해서 뛰어난 성능을 가지는 것을 확인할 수 있었다. 하지만 FAPI은 FDPM과는 다르게 노이즈의 부공간을 추적할 수 없는 알고리즘으로 노이즈 부공간을 필요로하는 응용분야에 적용하기 힘든 단점을 가지고 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 지식경제부 산하 (재)충청광역경제권 선도산업지원단의 광역경제권 선도산업 육성사업에 의해 수행 되었습니다.

#### 참고문헌

- [1] Roland Badeau, Bertrand David, Gaël Richard, "Fast Approximated Power Iteration Subspace Tracking", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol 53, no. 8, pp. 2931-2941, Aug. 2005
- [2] Rong Wang, Minli Yao, Daoming Zhang, and Hongxing Zou, "A Novel Orthonormalization Matrix based Fast and Stable DPM Algorithm for Principal and Minor Subspace Tracking", *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol. 60, no. 1, pp. 466-472, Jan. 2012
- [3] Yingbo Hua, Yong Xiang, "A New Look at the Power Method for Fast Subspace Tracking", *Digital Signal Processing 9*, Article ID dspr.1999.0348, pp. 297-314, Sep. 1999