

# FIM 를 이용한 TDOA/FDOA 기반 위치탐지 기법의 성능분석 방법

김용희, 김동규, 송규하\*, 김산해\*, 김형남  
부산대학교, \*국방과학연구소

yongheekim@pusan.ac.kr, dkcspl@pusan.ac.kr,  
khsong@add.re.kr, ksh808@add.re.kr, hnkim@pusan.ac.kr

## FIM Based Performance Evaluation of Geolocation Methods Using TDOA/FDOA

Yong-Hee Kim, Dong-Kyu Kim,  
Kyu-Ha Song\*, San-Hae Kim\*, Hyoung-Nam Kim  
Pusan National Univ., \*Agency for Defense Development

### 요 약

본 논문은 FIM (Fisher information matrix)의 고유치 (eigenvalue)를 이용한 TDOA/FDOA 기반 위치탐지 기법의 정량적인 성능 비교 방법을 제안한다. 이를 위해, 추정오차가 Gaussian 분포인 경우, 성능 분석을 위해 사용되는 error ellipse의 넓이를 FIM을 이용하여 추정한다. 제안된 방법을 통해 TDOA 및 FDOA 정보를 이용하여 신호원의 위치 추정과정에서 보다 높은 정확도를 가지는 정보 조합의 선택이나 배치 및 운용방법의 결정에 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

#### I. 서론

최근 보다 높은 위치탐지 정확도를 위해 TDOA 또는 FDOA 정보를 이용한 이차 (quadratic) 위치탐지 기법에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다. [1]-[3] 위의 두 가지 위치탐지 기법은 신호정보의 측정 및 탐지과정에서 서로 상호보완적인 관계를 가진다. 한 쌍의 수신단에서 각각의 TDOA와 FDOA를 얻을 수 있으며, 2차원 공간상에서 신호원의 위치를 추정하기 위해서는 최소한 두 쌍 이상의 차분정보가 요구된다. 이 때, 수신단과 신호원의 기하학적 배치 및 수신단의 이동형태에 따라 최적의 위치탐지 성능을 가지는 신호정보의 조합이 결정된다. 따라서 각각의 정보를 선택적으로 이용하여 최적의 성능을 가질 수 있는 조합 및 운용 형태를 결정하기 위한 정량적인 비교 방법이 필요하다. 이를 위해 본 논문에서는 FIM을 이용한 error ellipse 도식과정에서 타원의 면적을 추정하여 위치탐지 성능을 비교할 수 있는 방법을 제안한다. 본문에서 제안된 방법에 대해 설명하고, 마지막으로 결론을 맺는다.

#### II. 본론

TDOA와 FDOA의 추정오차가 Gaussian 확률분포로 가정될 때, 2차원 공간상에 위치탐지 오차의 분포형태는 error ellipse를 이용하여 도식화할 수 있다.  $N$ 개의 측정정보에 의한 2차원상에서의 Gaussian 오차분포는 식(1)과 같다. 이 때  $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_e \ \hat{y}_e]^T$ 은 신호원 위치의 추정치를 나타내며,  $\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}}$ 는 공분산 행렬(covariance matrix)을 의미한다.

$$p(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{(2\pi)^N \sqrt{|\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}}|}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{x}}^T \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \hat{\mathbf{x}} \right] \quad (1)$$

특정 추정 확률값  $P_e$ 가 주어졌을 경우, error ellipse는 식(2)와 같고, 이 때  $k$ 는 식(3)과 같다. [4]

$$\hat{\mathbf{x}}^T \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \hat{\mathbf{x}} = k \quad (2)$$

$$k = -2 \ln(1 - P_e) \quad (3)$$

식(2)를 통하여 그림 1과 같은 error ellipse를 그릴 때, 장축과 단축의 방향은  $\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}}$ 의 고유벡터에 의해 결정된다. 또한 각 축의 길이는 해당 고유치 크기의 역수의 제곱근에 비례한다. [4]

$$\theta_i = f(\mathbf{x}, \mathbf{P}_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

TDOA 및 FDOA 정보와 신호원 위치  $\mathbf{x}$ 와의 관계는 식(4)와 같은 비선형관계에 있으며, 이 때  $\mathbf{P}$ 는 수신단의 위치와 속도벡터와 같은 운항정보를 의미한다. 위와 같이 측정정보가 결정 신호모델에 Gaussian 잡음으로 구성되는 경우, CRLB (Cramer-Rao lower bound) 행렬은 식(5)와 같이 FIM의 역행렬과 같고, FIM은 식(6) 같이 식(4) 비선형 함수의 Jacobian 행렬과 추정오차의 공분산 행렬로 표현된다. [1]

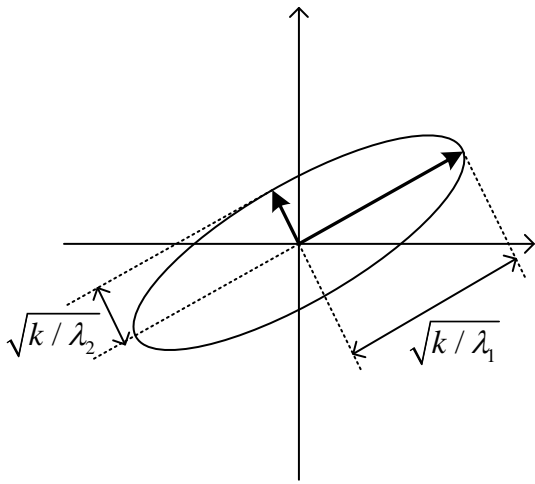


그림 1. Error ellipse 와 공분산 행렬의 고유치 및 고유벡터와의 관계

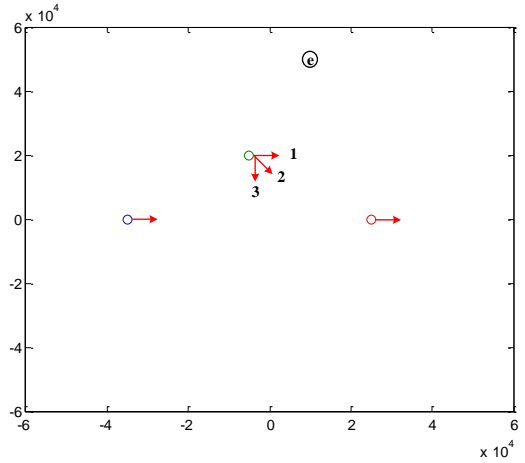
$$\mathbf{C}_{CRLB_{ij}} = [\mathbf{I}(\mathbf{x})]_{ij}^{-1} = \left[ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right] \mathbf{C}^{-1} \left[ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right] \quad (5)$$

$$\mathbf{I}(\mathbf{x})_{ij} = \left[ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right]^T \mathbf{C}^{-1} \left[ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right] \quad (6)$$

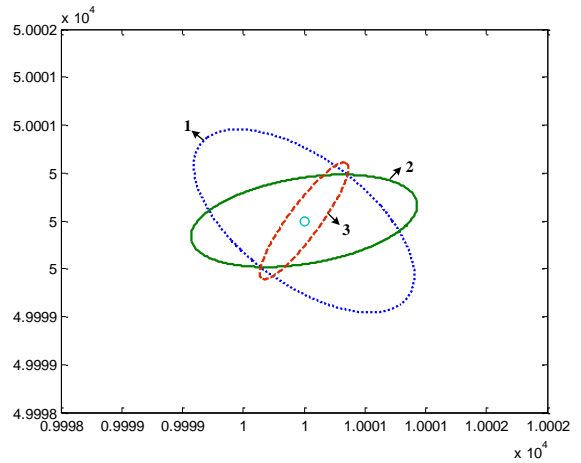
최종적인 신호원 추정치에 대한 error ellipse 는 식 (5)의 고유벡터와 고유치를 이용하여 도시할 수 있다. 실제적으로는 특정한 positive definite matrix 의 고유치가 해당 역행렬의 고유치와 역수관계에 있음을 이용한다. 따라서 FIM 의 고유치의 곱이 클수록 최종 error ellipse 의 면적이 감소한다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 FIM 의 역행렬의 고유치 곱을 비교하여, 보다 좁은 error ellipse 면적을 가지는 경우를 선택할 수 있는 방법을 제안한다. 그림 2(a)와 같이 수신단과 신호원이 배치되어 운용되는 경우, FDOA 정보를 이용하여 신호원의 위치를 추정할 때, 기준 신호원의 속도방향에 따른 error ellipse 이다. 속도벡터가 각각 1, 2, 3 의 경우, 고유치의 곱은 0.695, 0.421, 0.097 이므로 3 방향으로 이동할 때 가장 높은 추정 정확도를 기대할 수 있다.

### III. 결론

본 논문에서는 주어진 운용 및 배치조건에서 TDOA 와 FDOA 를 이용할 때, 높은 정확도를 가지는 운용조건 및 조합방법을 정량적으로 판단하기 위한 방법을 제안하였다. FIM 의 고유치 곱을 통해 error ellipse 의 넓이를 추정하고, 보다 적은 값을 가지는 경우를 선택하게 된다. 이를 통해, 다수의 수신 정보가 존재하는 경우, 선택적으로 최적의 운용 및 정보 조합 결정 방법의 개발에 기여할 수 있을 것으로 기대된다.



(a)



(b)

그림 2. Error ellipse 를 이용한 위치탐지 성능 비교 (a) 수신단과 신호원의 배치형태, (b) 기준 수신단의 이동 방향에 따른 error ellipse

### 참 고 문 헌

- [1] K. C. Ho and Y. T. Chan, "Geolocation of a Known Altitude Object from TDOA and FDOA Measurements," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. 33, No. 3, July 1997
- [2] Richard A. Poisel, "Electronic Warfare Target Location Methods," Artech House, MA, 2005
- [3] David Adamy, "EW101 : A First Course in Electronic Warfare," Artech House, MA, 2001.
- [4] Harry L. Van Trees, "Detection, Estimation, and Modulation Theory : Part 1," John Wiley, 2001