

비정재 환경을 위한 투영 오차 기울기 기반의 가변 망각 인자 FAPI 알고리즘

서영광, 신종우, 서원기*, 김형남

hnkim@pusan.ac.kr

Projection-Error Gradient-based Variable Forgetting Factor FAPI Algorithm for Nonstationary Environments

Young-Kwang Seo, Jong-Woo Shin, Won-Gi Seo*, Hyoung-Nam Kim
Pusan National Univ., *NEXTWILL

요 약

본 논문에서는 고속 부공간 추적 기법인 FAPI(fast approximated power iteration)에 GVFF RLS (gradient-based variable forgetting factor recursive least square)를 적용한 GVFF FAPI를 제안한다. 고정 망각 인자를 사용하는 FAPI는 부공간이 변하는 비정재 환경에서 망각 인자가 1에 근접하면 수렴 속도가 느리고, 망각 인자가 작으면 수렴 에러가 커지는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 GVFF RLS 알고리즘은 MSPE (mean square projection error)의 기울기가 양수이면 망각 인자를 줄이고 기울기가 음수이면 망각 인자를 증가시키는 가변 망각 인자를 도입하여 비정재 환경에서도 강건하게 동작할 수 있도록 한다. 모의 실험을 통해서 도래각이 변하는 비정재 환경에서 GVFF FAPI 알고리즘이 기존의 FAPI 알고리즘보다 작은 부공간 에러를 가지는 것을 보인다.

I. 서론

MUSIC (MUltiple SIgnal Classification)과 같은 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘은 매우 높은 분해능을 가지는 것으로 알려져 있다 [1]. 하지만 이러한 부공간 기반 기법은 고유 분해 (eigenvalue decomposition) 또는 특이치 분해 (singular value decomposition)을 기반으로 구현되며, 고유 분해와 특이치 분해는 많은 연산량을 요구하는 단점이 있다. 따라서 지속해서 변하는 도래각을 추적하는 경우와 같은 실시간 부공간 추적 문제에 적용하기는 쉽지 않다. 이러한 고유 분해와 특이치 분해의 연산량 문제를 해결하기 위해 적은 연산량으로 부공간을 추적하는 기법들이 제안되었고, 이 중에서 주요 연산량이 $O(nr)$ 에 해당하는 알고리즘들을 고속 부공간 추적 기법이라 한다 [1],[2].

최근에 제안된 고속 부공간 추적 기법인 FAPI (fast approximated power iteration) 알고리즘은 고유 분해와 비슷한 부공간 추적 성능을 보이며, 추정된 부공간 행렬이 완벽한 정규 직교성을 보장하여 MUSIC이나 Minimum norm 과 같이 정규 직교화된 부공간 행렬이 필요한 응용 알고리즘에 널리 사용되고 있다 [3].

하지만 FAPI 알고리즘은 입력 신호의 공분산 행렬을 추정하기 위해 고정 망각 인자 (constant forgetting factor)를 사용하기 때문에 부공간이 지속해서 변하는 비정재 (non-stationary) 환경에서 1에 근접한 망각 인자를 사용하면 수렴 속도가 느려지며, 작은 망각 인자를 사용하면 수렴 에러가 커지는 단점을 가진다.

본 논문에서는 고정 망각 인자를 사용하는 FAPI의 단점을 해결하기 위해 GVFF (Gradient-based Variable Forgetting Factor) RLS 알고리즘을 적용하여 부공간이 지속해서 변하는 비정재 환경에서 FAPI의 부공간 추적 성능을 개선한다 [4].

II. 본론

부공간 추적 기법은 $n \times 1$ 입력 신호 벡터 $x(t)$ 에 의해서 식 (1)과 같이 반복적으로 업데이트 되는 $n \times n$ 공분산 행렬의 r 개의 큰 고유값에 해당하는 고유 벡터들이 형성하는 신호 부공간 (signal subspace) 또는 $n-r$ 개의 작은 고유값에 해당하는 고유 벡터들이 형성하는 잡음 부공간 (noise subspace)를 추적한다.

$$C_{xx}(t) = \sum_{u=0}^t \beta^{t-u} x(u)x^H(u) \quad (1)$$

여기서 $0 < \beta < 1$ 는 망각 인자이다. $C_{xx}(t)$ 의 상대적으로 큰 r 개의 고유값에 해당하는 고유 벡터들이 확장하는 $n \times r$ 부공간 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 는 다음과 같이 정의된 비용 함수를 최소화할 때 얻어진다.

$$J(\mathbf{W}(t)) = \sum_u \beta^{t-u} \|x(u) - \mathbf{W}(t)\mathbf{W}^H(t)x(u)\|^2 \quad (2)$$

식 (2)는 추정하려는 부공간 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 에 대해서 4 차이며 FAPI 알고리즘은 이 비용함수를 2 차로 근사화하기 위해 다음과 같이 투영 근사화를 적용한다.

$$\mathbf{W}(t) \approx \mathbf{W}(t-1)\Theta(t) \quad (3)$$

여기서 $\Theta(t)$ 는 $r \times r$ positive definite 행렬이다. FAPI 알고리즘은 식 (3)의 투영 근사화를 적용함으로써 추정된

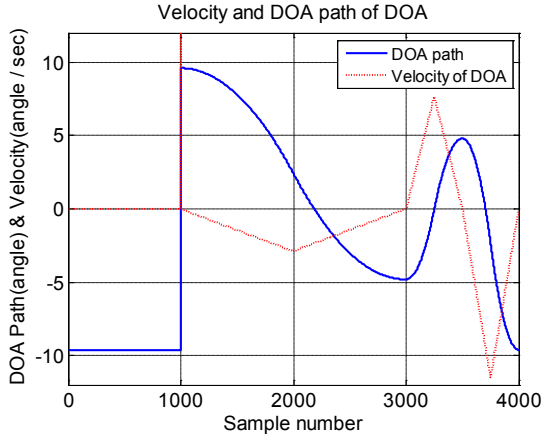


그림 1. 입사 신호의 도래각과 도래각의 변화속도

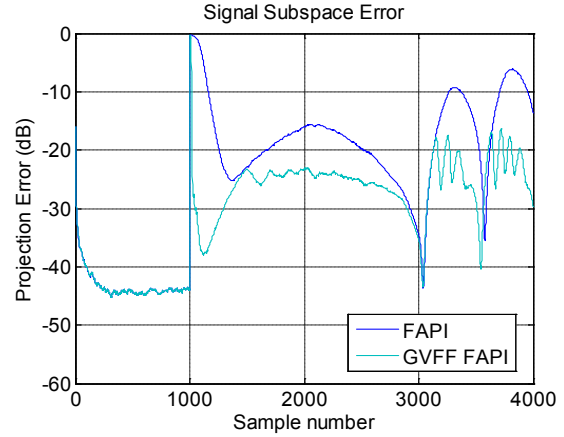


그림 2. FAPI와 GVFF FAPI의 성능 비교

부공간 행렬 $\mathbf{W}(t)$ 의 완벽한 정규 직교성을 보장한다.

하지만 FAPI는 입력 신호의 공분산 행렬을 추정하기 위해 고정 망각 인자를 사용하기 때문에 망각 인자를 1에 근접하면 부공간이 변하는 환경에서 수렴속도가 느리고, 망각 인자를 작으면 부공간이 변하지 않는 정상 상태에서 수렴에러가 큰 단점을 가진다. 이와 같은 단점을 해결하기 위해 가변 망각 인자 알고리즘인 GVFF RLS를 FAPI에 적용한다. GVFF RLS 알고리즘은 식 (4)와 같이 반복적으로 구해지는 MSE (mean square error)의 기울기 $\partial\sigma_e^2(t)/\partial\beta$ 를 이용하여 식 (5)와 같이 망각 인자를 제어한다.

$$\frac{\partial\sigma_e^2(t+1)}{\partial\beta} = \zeta_t \frac{\partial\sigma_e^2(t)}{\partial\beta} + \frac{\partial\zeta_t}{\partial\beta} \sigma_e^2(t) + \frac{\partial h_t}{\partial\beta} \sigma_\eta^2 \quad (4)$$

$$\beta(t) = \left[\beta(t-1) - \frac{\mu}{1-\beta(t-1)} \frac{\partial\sigma_e^2(t)}{\partial\beta} \right]_{2,\beta}^{\beta_{\max}} \quad (5)$$

여기서 ζ_t 와 h_t 는 계수, $\sigma_e^2(t)$ 는 추정된 MSE, σ_η^2 추정된 잡음의 분산, 그리고 μ 는 step size이다. 식 (4)는 $\partial\sigma_e^2(t)/\partial\beta$ 가 양수이면 망각 인자를 줄이고, $\partial\sigma_e^2(t)/\partial\beta$ 가 음수이면 망각 인자를 증가시킨다.

부공간이 지속해서 변하는 환경에서 GVFF FAPI의 성능을 확인하기 위해 도래각 추적 시스템에 적용하여 성능을 확인하였다. 8개의 안테나로 구성된 등간격 선형 어레이, SNR은 20dB, $\mu=0.0001$ 로 설정하고 모의실험을 진행하였다. 그림 2는 그림 1과 같이 변하는 도래각의 입사 신호에 대한 부공간을 추적한 에러를 나타낸 그림이다. GVFF FAPI 알고리즘은 도래각이 빠르게 변하는 구간에서 기존의 FAPI 알고리즘보다 적은 에러를 보이는 것과 도래각이 변하지 않는 환경에서 FAPI 알고리즘과 동일한 에러를 보이는 것을 알 수 있다.

III. 결론

본 논문에서는 부공간이 지속해서 변하는 비정재 환경에 적합한 고속 부공간 추적 기법 설계를 위해 FAPI 알고리즘에 GVFF RLS 알고리즘을 적용한 GVFF FAPI 알고리즘을 제안하였다. FAPI 알고리즘은 고유 분해

방법과 비슷한 정도의 부공간 추적 성능을 가지며, 추정된 부공간 행렬의 완벽한 정규 직교성을 보장하지만, 고정 망각 인자를 사용함으로써 실시간으로 부공간이 변하는 입력 신호에 대해서는 추적 성능이 저하되는 문제가 있었다. 제안된 GVFF RLS 알고리즘은 가변 망각 인자를 사용함으로써, 기존의 FAPI가 가지는 장점을 그대로 수용하면서 비정재 환경에서도 강건하게 동작할 수 있도록 한다. 따라서 본 논문에서 제안하는 GVFF FAPI 알고리즘은 지속해서 변하는 부공간의 추적이 필요한 응용분야에 널리 사용될 것으로 기대된다.

참고 문헌

- [1] R.O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. AP*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [2] LAL, C. GODARA, "Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part 2: Beam-forming and Direction-of-Arrival Considerations," *Proc. THE IEEE*, vol. 89, no. 12, pp. 2514-2528, Dec. 2009.
- [3] R. Badeau, B. David, and G. Richard, "Fast Approximated Power Iterations Subspace Tracking," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 9, pp. 2931-2941, Aug. 2005.
- [4] Shu-Hong Leung and C.F. So, "Gradient-Based Variable Forgetting Factors RLS algorithm in Time-Varying Environments," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 8, Aug. 2005.